



# ניסוי: הפרספטרון

המימוש של המסמך "הפרספטרון", כלשונו, על ספרות כתובות  
ביד

הורץ ב-10-08-2026

ד"ר ארז שיינר

## מה הרצנו

הקוד `code/perceptron.py` מממש את המסמך כלשונו: הרשתית הבינארית  $S$  (הגדרה 1), שכבת האסוציאציה  $A$  עם  $N_C$  קשרים אקראיים מסומנים וסף  $\theta$  לכל נוירון (הגדרה 2), מטריצת המשקלים  $V$  ושכבת הפלט (הגדרה 3), כלל הלמידה (שיטה 4) ותיקון המשקלים (שיטה 5). השכבה האקראית נבנית פעם אחת ואינה משתנה; רק  $V$  נלמדת. הלמידה היא מעבר אחד על סדרת האימון, בסדר שבו היא נתונה, כמו במסמך: "בסוף הריצה על כל הקלטים הנתונים, אנו נותרים עם מטריצת משקלים מעודכנת". אין ערבוב ואין מעברים חוזרים.

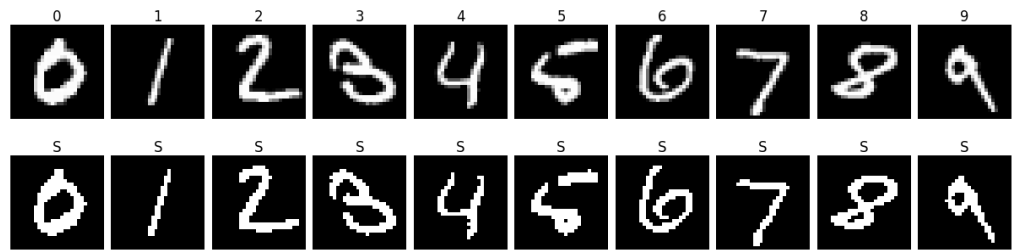
– **התמונות.** MNIST: 60000 ספרות כתובות ביד לאימון ו-10000 לבדיקה,  $28 \times 28$  פיקסלים, כלומר  $N_S = 784$ . המאגר חופשי והקוד מוריד אותו לבד.

– **מה המסמך משאיר פתוח, ומה בחרנו.** הגדרה 1 מניחה פיקסלים בינאריים, ופיקסלי MNIST הם בהירויות בין 0 ל-255: פיקסל נחשב דולק אם הבהירות לפחות 128; אחרי ההפיכה 13.2% מהפיקסלים דולקים.  $V$  מתחילה מאפסים. הקבועים:  $N_R = 10$  מחלקות;  $N_C = 10$  קשרים לנוירון, כל אחד עם סימן  $\pm 1$  אקראי; סף  $\theta = 2$ ; קבוע למידה  $\eta = 1$ . המספר שמשנתנה בניסוי הוא  $N_A$ , גודל שכבת האסוציאציה: 100, 300, 1000 ו-3000.

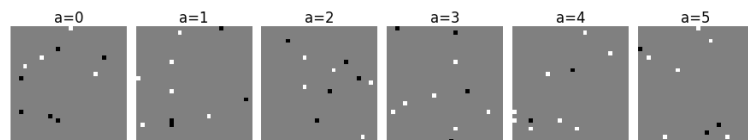
– **זמן.** עם  $N_A = 3000$  המעבר על 60000 הקלטים ארך 16 שניות (כולל חישוב  $A$  לכל 70,000 התמונות).

– **חומרה.** Intel(R) Ultra Core(TM) 9, 285H, 16 ליבות, 31.5 GB זיכרון. הכול ב-NumPy על המעבד. Windows, Python 3.12.10, NumPy 2.4.4.

## 1 הרשתית ושכבת האסוציאציה

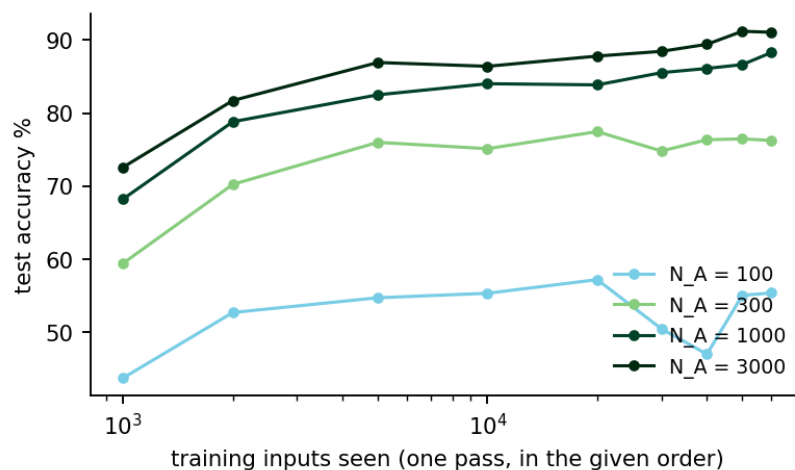


למעלה: ספרה אחת מכל מחלקה, כפי שהיא ב-MNIST. למטה: הרשתית  $S$  של אותה ספרה, אחרי ההפיכה לערכים בינאריים (הגדרה 1).

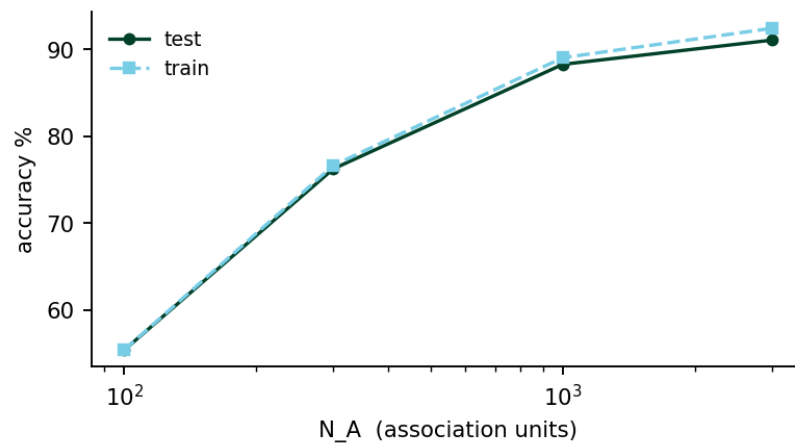


שישה מניירונים האסוציאציה. לכל ניורון  $a$  מסומנים  $N_C = 10$  הפיקסלים  $i_1(a), \dots, i_{N_C}(a)$  שלו: לבן לקשר מעורר (+1), שחור לקשר מעכב (-1). הניורון נדלק כאשר מספר הפיקסלים הדולקים המעוררים עולה על המעכבים בלפחות  $\theta = 2$  (הגדרה 2). בפועל נדלקו כ-8.5% מהניירונים לכל תמונה.

## 2 הלמידה



הלמידה תוך כדי המעבר היחיד: דיוק הסיווג על 10000 תמונות הבדיקה אחרי שהפרספטורן ראה כך וכך קלטים, לכל אחד מארבעת הגדלים של  $N_A$ . עם  $N_A = 3000$ : 72.6% אחרי 1,000 קלטים, 86.4% אחרי 10,000, 88.4% אחרי 30,000, ו-91.0% בסוף. במהלך המעבר 11.1% מהקלטים סווגו לא נכון וגררו תיקון של  $V$  (שיטה 5); השאר לא שינו דבר.



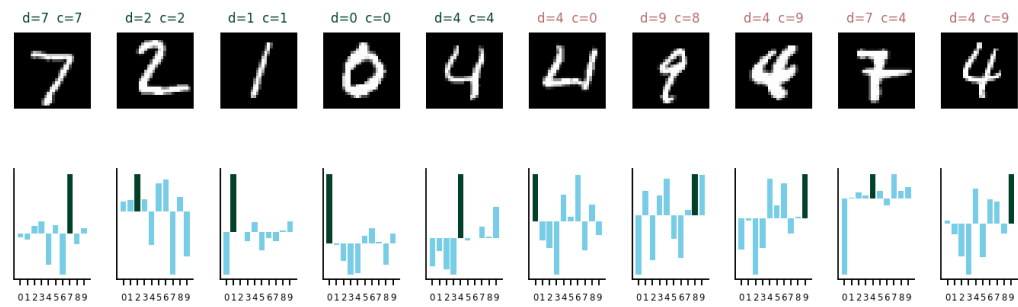
הדיוק בסוף המעבר כפונקציה של  $N_A$ : 55.4% עם 100 נוירונים, 76.2% עם 300, 88.3% עם 1000 ו-91.0% עם 3000 (קו ירוק: תמונות הבדיקה; תכלת: תמונות האימון). ייצוג אקראי גדול יותר נותן יותר "מבחנים" שהשכבה השלישית יכולה לשקלל, וההבחנה משתפרת.

### 3 התוצאות

על תמונות הבדיקה, עם  $N_A = 3000$ : 91.0% סיווג נכון (895 טעויות מתוך 10000), לעומת 92.4% על תמונות האימון. הספרה הקלה ביותר היא 1 (99%) והקשה ביותר 4 (83%).

| 0 | 949         | 0    | 0   | 4   | 1   | 4   | 7   | 2   | 6   | 7   |
|---|-------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0           | 1120 | 1   | 3   | 0   | 2   | 2   | 0   | 5   | 2   |
| 2 | 9           | 10   | 860 | 44  | 5   | 16  | 26  | 5   | 41  | 16  |
| 3 | 3           | 1    | 5   | 918 | 0   | 57  | 3   | 6   | 11  | 6   |
| 4 | 4           | 2    | 3   | 4   | 817 | 8   | 20  | 5   | 8   | 111 |
| 5 | 3           | 2    | 1   | 12  | 3   | 831 | 12  | 5   | 16  | 7   |
| 6 | 7           | 3    | 1   | 1   | 3   | 19  | 920 | 2   | 0   | 2   |
| 7 | 1           | 10   | 22  | 15  | 4   | 5   | 0   | 905 | 9   | 57  |
| 8 | 3           | 2    | 2   | 55  | 4   | 31  | 10  | 4   | 834 | 29  |
| 9 | 6           | 6    | 0   | 7   | 8   | 11  | 3   | 9   | 8   | 951 |
|   | 0           | 1    | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|   | predicted c |      |     |     |     |     |     |     |     |     |

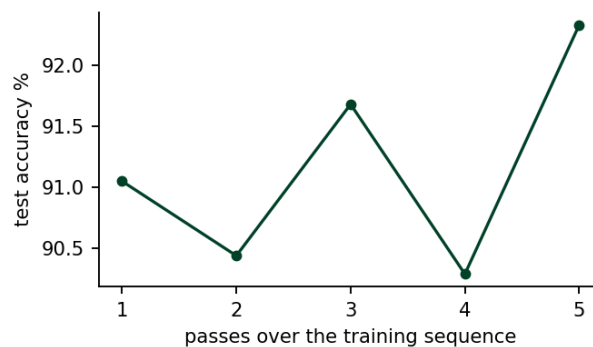
מטריצת הבלבול על תמונות הבדיקה: בשורה  $d$  המחלקה הנכונה, בעמודה  $c$  המחלקה שהפרספטורן בחר. הבלבולים השכיחים הם בין ספרות שצורתן קרובה.



עשר תמונות בדיקה ווקטור המחלקות  $R = V \cdot A$  שלהן (שיטה 4). חמש הראשונות סווגו נכון, חמש האחרונות לא. העמודה הכהה היא  $c = \operatorname{argmax}(R)$ . בטעויות, המחלקה הנכונה מקבלת בדרך כלל את הערך השני בגודלו.

## 4 מה לא עשינו: מעברים חוזרים

הניחוש הטבעי הוא שמעבר שני על אותם קלטים ישפר את  $V$ . בדקנו, בניסוי צד שאינו חלק מהמימוש: חזרה על סדרת האימון, באותו סדר, עוד ארבע פעמים.



הדיוק על תמונות הבדיקה אחרי כל מעבר,  $N_A = 3000$ . אחרי 5 מעברים 92.3%, כלומר 1.3 נקודות יותר ממעבר אחד, ולא בעלייה אחידה: תיקון שעוזר לקלט אחד מקלקל לאחר. השיפור אינו במסמך ואינו משמעותי, ולכן המימוש נשאר בלשונו, מעבר אחד.

## 5 מה למדנו

- כלל הלמידה של Rosenblatt, בלי שום שינוי ובמעבר אחד על הנתונים, מגיע ל-91.0% על ספרות כתובות ביד, עם שכבה אקראית שאיש לא תכנן.
- גודל הייצוג האקראי הוא המשתנה המכריע: מ-55.4% ל-91.0% כש- $N_A$  גדל פי 30. זה המוטיב של היחידה: ייצוג אקראי הוא התחלה, ושאלת ההמשך היא האם אפשר לבחור או ללמוד ייצוג טוב יותר.
- רוב הלמידה קורית מוקדם: אחרי 10,000 קלטים הדיוק כבר 86.4%, והחמישים אלף הבאים מוסיפים את השאר.
- המשקלים ב- $V^-$  הם מספרים שלמים (כפולות של 1  $\eta$ ), והאימון מסתכם בחיבור וחיסור. אין כאן גרדיאנט; הוא יגיע ביחידה 4.